

# RADIACION TERMICA

**Definición:** Mecanismo de Transferencia de calor , caracterizado por el hecho de que la energía es transportada en forma de ondas electromagnéticas.

## Características

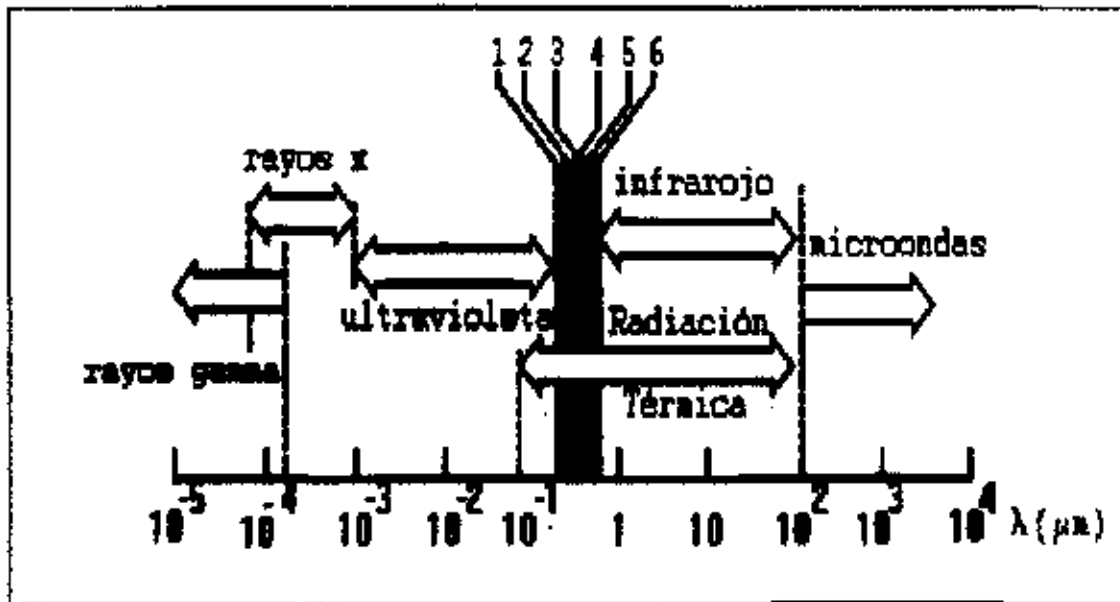
- \* Las ondas viajan a la velocidad de la luz
- \* El transporte de energía se puede dar incluso en el vacío ( no requiere de medio)

La radiación se explica , según:

1.-Teoría Ondulatoria : Onda de frecuencia  $\nu$  y una longitud de onda,  $\lambda$ , de manera que se satisface que:  $c = \lambda \nu$

2.-Teoría de la Partícula: Propone que la energía radiante es transportada como paquetes de energía denominada FOTONES. Cada fotón viaja a la velocidad de la luz, con un nivel de energía dado por:  $e = h \nu$  , donde h es la constante de Planck

# ESPECTRO ELECTROMAGNETICO



Radiación Térmica	0.1 - 100 $\mu\text{m}$
Rango Visible	0.38 - 0.76 $\mu\text{m}$

1.- Violeta	0.40 - 0.44 $\mu\text{m}$
2.- Azul	0.44 - 0.49 $\mu\text{m}$
3.- Verde	0.49 - 0.54 $\mu\text{m}$
4.- Amarillo	0.54 - 0.60 $\mu\text{m}$
5.- Naranja	0.60 - 0.63 $\mu\text{m}$
6.- Rojo	0.63 - 0.76 $\mu\text{m}$

## FISICA DE LA RADIACION

**Concepto de cuerpo Negro:** Es un cuerpo (ideal) que absorbe y emite la máxima cantidad de energía a una temperatura dada

**Ley de Planck ( Max Planck 1900)**

$$E_{b\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5(\exp(C_2/\lambda T) - 1)}$$

donde:

$E_{b\lambda}$  = Poder emisor monocromático o espectral, W/ m<sup>3</sup>

$C_1$  = Primera constante de radiación

$$= 3,7418 \times 10^{-16} \text{ W m}^2$$

$C_2$  = Segunda constante de radiación

$$= 1,4388 \times 10^{-2} \text{ m K}$$

**Ley de desplazamiento de Wien**

Establece la longitud de onda para la cual el poder emisor espectral se hace máximo.

$$\frac{dE_{b\lambda}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left[ \frac{C_1}{\lambda^5(\exp(C_2/\lambda T) - 1)} \right] = 0$$

$$\lambda T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

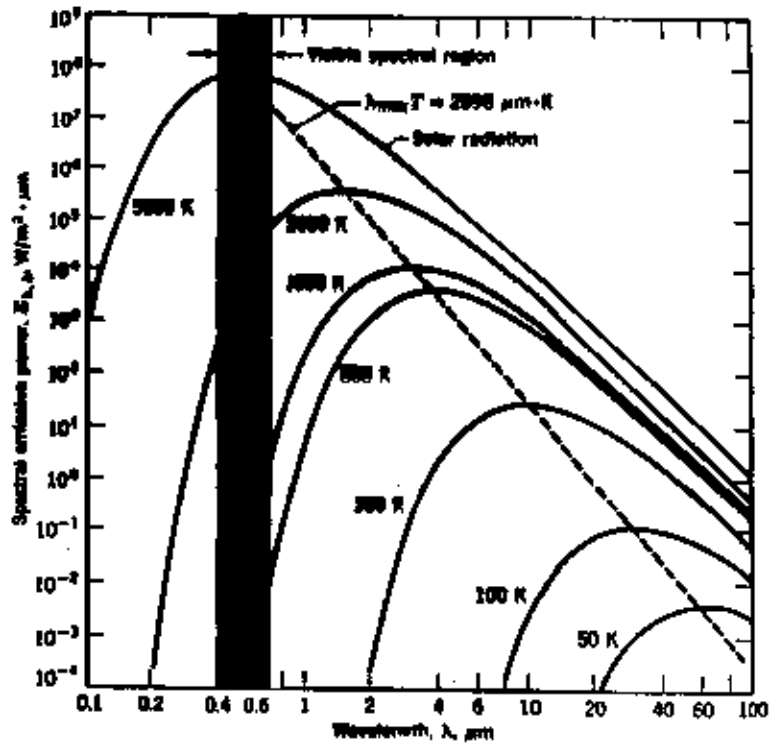


Figure 12.15 Spectral blackbody emissive power.

### Ley de Stefan- Boltzmann

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T) d\lambda$$

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 (\exp(C_2/\lambda T) - 1)} d\lambda$$

Al realizar la integración se obtiene la ley de Stefan - Boltzmann:

$$E_b(T) = \sigma T^4$$

donde:

$$\sigma = \left(\frac{\pi}{C_2}\right)^4 \frac{C_1}{15} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4$$

**Bandas de emision: Funciones de radiación:**

$$F_{(0 \rightarrow \lambda T)} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda}(T) d\lambda}$$

La función anterior se evalúa numericamente, y se encuentra tabulada.  $0 < F_{(0 \rightarrow \lambda T)} < 1$

Table 12.1 Blackbody radiation functions<sup>a</sup>

$\lambda T$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ )	$F_{(0-\lambda)}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^4}{(\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1}}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
200	0.000000	$0.37854 \times 10^{-27}$	0.000000
400	0.000000	$0.49613 \times 10^{-13}$	0.000000
600	0.000000	$0.36906 \times 10^{-6}$	0.000014
800	0.000004	$0.99326 \times 10^{-1}$	0.001372
1,000	0.000021	$0.110005 \times 10^{-3}$	0.016406
1,200	0.000134	$0.100007 \times 10^{-3}$	0.012334
1,400	0.000709	$0.130003 \times 10^{-6}$	0.130002
1,600	0.003702	$0.240003$	0.340004
1,800	0.019200	$0.370000$	0.570009
2,000	0.085200	$0.490002$	0.800123
2,200	0.300000	$0.590009 \times 10^{-6}$	0.810329
2,400	0.740000	$0.650006$	0.912155
2,600	0.970000	$0.700002$	0.970001
2,800	0.997007	$0.720009$	0.997123
3,000	0.999998	$0.720008 \times 10^{-4}$	1.000000
3,200	0.999999	$0.720004 \times 10^{-6}$	0.999710
3,400	0.999999	$0.700007$	0.997373
3,600	0.999999	$0.660004$	0.990351
3,800	0.999997	$0.600006$	0.960009
4,000	0.999982	$0.510005$	0.891337
4,200	0.999877	$0.370004$	0.800091
4,400	0.999614	$0.540004 \times 10^{-4}$	0.740039
4,600	0.999296	$0.500003$	0.690720
4,800	0.998800	$0.460005$	0.647004
5,000	0.998000	$0.430009$	0.597000
5,200	0.996907	$0.400013$	0.550000
5,400	0.995500	$0.370000 \times 10^{-4}$	0.510000
5,600	0.993800	$0.340005$	0.470002
5,800	0.991800	$0.310006$	0.430002
6,000	0.989500	$0.270001$	0.400001
6,200	0.986800	$0.230001$	0.370000
6,400	0.983800	$0.200002 \times 10^{-4}$	0.340001
6,600	0.980500	$0.170006$	0.310001
6,800	0.976900	$0.150000$	0.270000

<sup>a</sup>The radiation constants used to generate these blackbody functions are  
 $C_1 = 3.7420 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^2 / \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$   
 $C_2 = 1.4388 \times 10^4 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$   
 $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$

Table 12.1 Continued

$\lambda T$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ )	$F_{(0-\lambda)}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^4}{(\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr})^{-1}}$	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
7,000	0.993109	0.133334	0.234090
7,200	0.9919217	$0.170256 \times 10^{-4}$	0.233708
7,400	0.991037	0.150073	0.210042
7,600	0.990302	0.146091	0.200360
7,800	0.989605	0.136621	0.189143
8,000	0.988938	0.127185	0.178079
8,500	0.9876094	$0.106772 \times 10^{-4}$	0.147819
9,000	0.9860029	$0.901463 \times 10^{-5}$	0.124001
9,500	0.9840085	0.765338	0.105956
10,000	0.9814199	0.653279	0.090462
10,500	0.9787710	0.560322	0.077000
11,000	0.9761000	$0.483321 \times 10^{-3}$	0.066013
11,500	0.9734999	0.418725	0.057970
12,000	0.9708896	0.364094	0.050446
13,000	0.965139	0.279407	0.038009
14,000	0.958399	0.217641	0.028011
15,000	0.950901	$0.171066 \times 10^{-3}$	0.020794
16,000	0.942814	0.137429	0.015908
18,000	0.928640	$0.900240 \times 10^{-6}$	0.010574
20,000	0.916502	0.623310	0.008029
25,000	0.892215	0.276474	0.002600
30,000	0.869340	$0.140469 \times 10^{-4}$	0.000945
40,000	0.837967	$0.473891 \times 10^{-1}$	0.000156
50,000	0.799953	0.201605	0.000079
75,000	0.699713	$0.418397 \times 10^{-6}$	0.000000
100,000	0.599965	0.133752	0.000019

# PROPIEDADES RADIATIVAS

P. R son Propiedades que determinan cuanta energia radiante interactua con la superficie de un material. Es decir cuanta cantidad REFLEJA, ABSORBE , TRANSMITE y EMITE una superficie.

P. R. son funcion de : **LONGITUD DE ONDA**  
**DIRECCION (Angulo)**

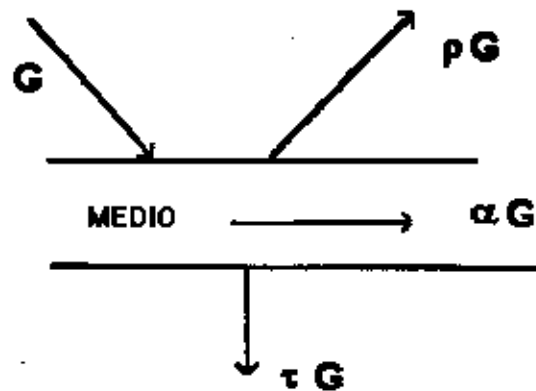
Nomenclatura de acuerdo a su Dependencia con:

Longitud de onda ——— **MONOCROMATICAS O ESPECTRALES**  
direccion ————— **DIRECCIONALES**

P. R Promediadas en todas las:

Longitudes de onda ————— **P. R TOTALES**  
Direcciones ————— **P.R HEMISFERICAS**

## PROPIEDADES RADIATIVAS TOTALES Y HEMISFERICAS



$G$ : irradiación , es la energia radiante incidente sobre una superficie  $W/m^2$

$\rho$ : reflectividad, es la fracción de energia incidente reflejada por la superficie.

$\alpha$ : Absortividad, es la fracción de energia incidente absorbida por el medio.

$\tau$ : Transmisividad, es la fracción de energía incidente que es transmitida a través del medio.

Un balance de Energía establece:

$$\alpha G + \rho G + \tau G = G$$

ó

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Sí  $\rho = 1$  Se dice que el cuerpo es un reflector perfecto

Sí  $\alpha = 1$  Se dice que el cuerpo es un absorbedor perfecto (Cuerpo negro)

Sí  $\tau = 0$  Se dice que el cuerpo es opaco (mayoría de los sólidos y líquidos)

Sí  $\tau = 1$  Se dice que el cuerpo es transparente (gases a bajas temperaturas)

sí  $\tau \neq 0$  Se dice que el cuerpo es semitransparente (ej: Vidrio, gases a altas temperaturas)

Emisividad ( $\epsilon$ )

Es la fracción de energía emitida con respecto a un cuerpo negro a la misma temperatura.

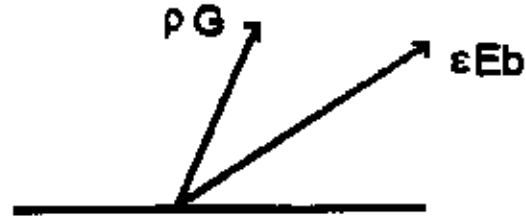
Cuerpo Gris, transmite una fracción del cuerpo negro para todas las longitudes de onda.

$$\epsilon(T) = E(T) / \sigma T^4$$



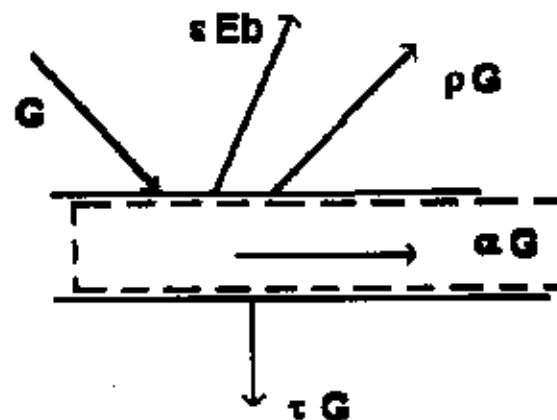
## RADIOSIDAD (J)

Se denomina Radiosidad,  $J$ , a la radiación que sale de una superficie por emisión y reflexión.



$$J = \epsilon E_b + \rho G$$

CALOR NETO ( $q''_{\text{neto}}$ )



Realizando un balance de calor sobre el sistema mostrado:

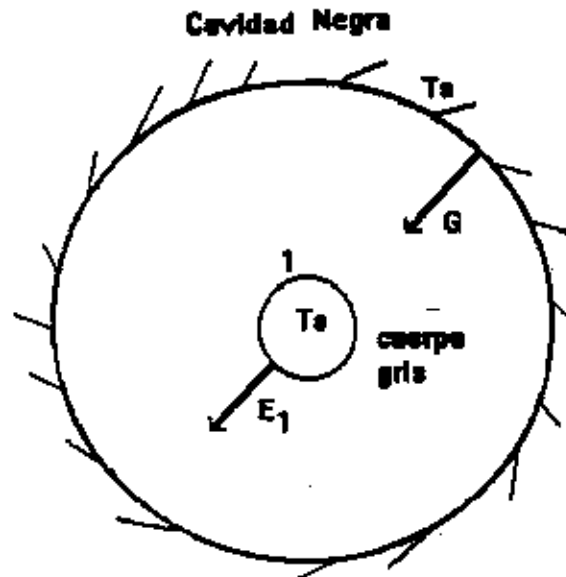
$$q''_{\text{neto}} = q''_{\text{entra}} - q''_{\text{sale}} = G - \rho G - \tau G - \epsilon E_b$$

$$q''_{\text{neto}} = (1 - \rho - \tau)G - \epsilon E_b = \alpha G - \epsilon E_b$$

En equilibrio termodinámico  $q''_{\text{neto}} = 0$ , de donde se desprende:

$$\alpha G = \epsilon E_b$$

## LEY DE KIRCHHOFF



Si estamos en equilibrio térmico, se debe cumplir:

$$\alpha_1 G = E_1 = \epsilon_1 E_b(T_s)$$

Si, además,  $G = E_b(T_s)$

Se tiene que

$$\alpha_1 = \epsilon_1$$

Que es la denominada ley de Kirchhoff y que establece que en equilibrio térmico la absorptividad y la emisividad de un cuerpo son iguales.

Comentario: En el análisis anterior se ha supuesto gas gris. No obstante si se realiza el análisis en base monocromática, se obtendría:

$$\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$$

## PROPIEDADES RADIATIVAS MONOCROMATICAS

Absortividad

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

Reflectividad

$$\rho = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

Transmisividad

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

Emisividad

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{b_{\lambda}}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b_{\lambda}}(T) d\lambda}$$

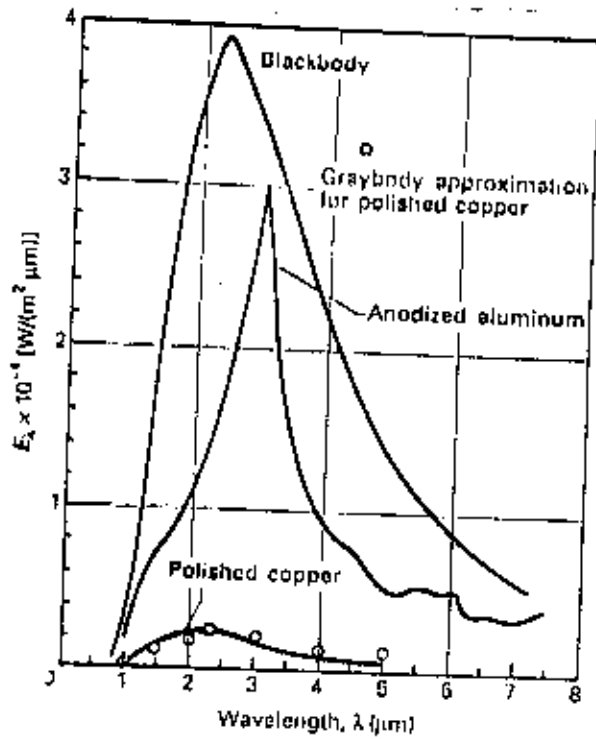


FIGURE 5-7  
Monochromatic emissive power for blackbody and representative real surfaces at 1240 K.

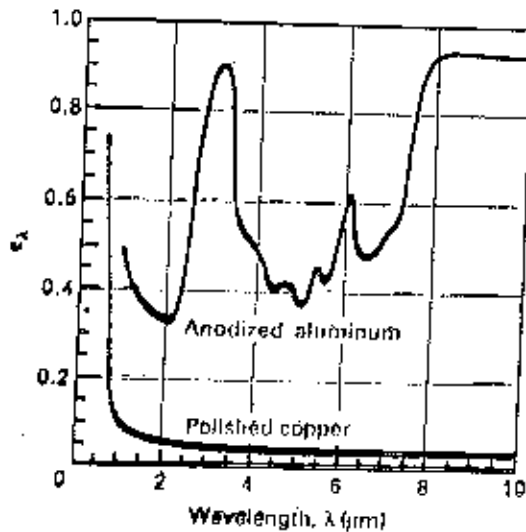


FIGURE 5-8  
Monochromatic emissivity of polished copper and anodized aluminum (Dunkle et al. [7] and Seben [8]).

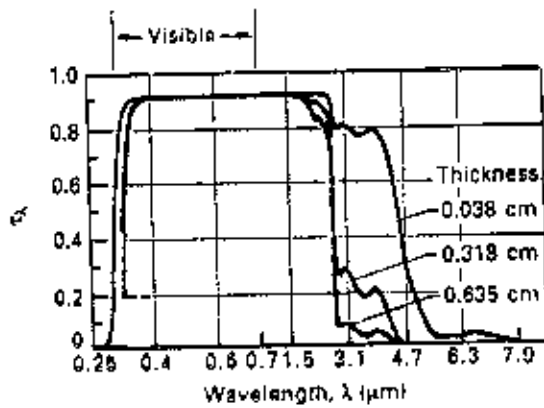
$$e = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} E_{b\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}$$

Sec. 5-3 Thermal Radiation Properties

TABLE 5-1 Emissivities of representative surfaces

Surface	Emissivity, $\epsilon$	Temperature, T(K)
Aluminum		
Polished	0.04	300
Anodized	0.94	310
Brass		
Polished	0.07	320
Dull	0.22	320
Copper		
Polished	0.041	340
Slightly polished	0.12	320
Polished, lightly tarnished	0.05	320
Dull	0.15	320
Oxidized at 1030°K	0.50	590
Nickel, polished	0.09	270
Silver, polished	0.02	300
Stainless steel 18-8, polished	0.25	310
Tungsten, polished	0.33	3400
Asphalt	0.93	310
Glass, Pyrex	0.88	420
Parsons black paint	0.98	240
Lampblack paint	0.96	310

Source: Based on data primarily from Touloukian and DeWitt [1,2].

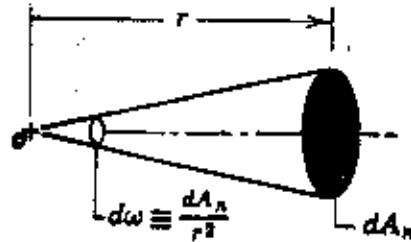


(a) Glass (with 0.02  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) at room temperature (Ditz [12]).

## PROPIEDADES DIRECCIONALES

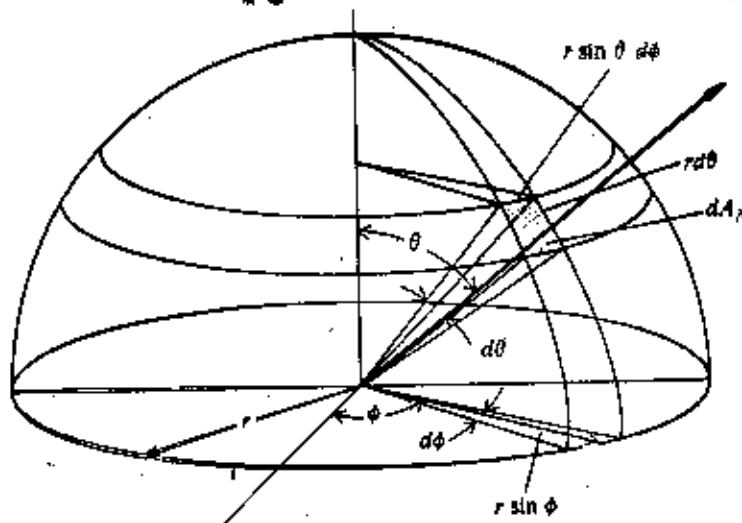
Para introducir propiedades direccionales es necesario definir: ángulo sólido e Intensidad de radiación

ángulo sólido: Es la medida de un ángulo en una geometría sólida. Se define como la proyección normal de  $dA$  dividida por el cuadrado de el radio entre el punto  $O$  y el área proyectada.



$$d\omega = \frac{dA_N}{r^2} \quad (\text{estereoradian, sr})$$

El  $dA_N$  es mostrado en la Figura en coordenadas esféricas

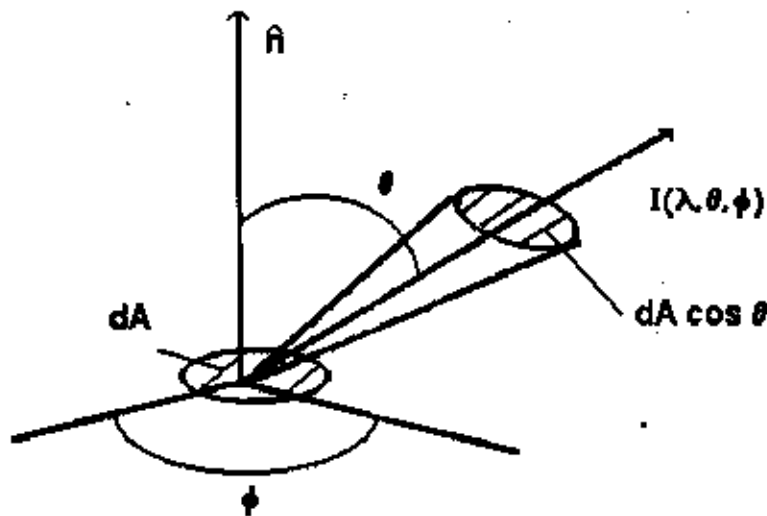


$$dA_N \equiv r \sin \theta \, d\phi \, r \, d\theta = r^2 \sin \theta \, d\phi \, d\theta$$

$$d\omega = \frac{dA_N}{r^2} = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$\omega_{\text{total}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta = 4\pi$$

### Intensidad espectral de Radiación ( $I_\lambda$ )



Es la energía radiante por unidad de área normal a la dirección a una cierta longitud de onda, en la dirección  $(\theta, \phi)$ , por unidad de tiempo, por unidad de ángulo sólido, y por unidad de longitud de onda:

$$I_\lambda(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq''}{\cos \theta \, d\omega \, d\lambda}$$

Intensidad total de radiación

$$I = \int_0^\infty I_\lambda(\lambda, \theta, \phi) d\lambda$$

Poder Emisivo Total Hemisferico

$$E = q'' = \int_{\text{hemisferio}} I(\theta, \phi) \cos \theta \, d\omega = \int_{\text{hemisferio}} I(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$E = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

La integración no se puede realizar hasta que no se conozca  $I(\theta, \phi)$

Una superficie que irradia con igual intensidad sobre todos los ángulos se denomina: Superficie difusa ó superficie que obedece la Ley del coseno de Lambert, que determina:

$$I(\theta, \phi) = \text{constante} = I$$

$$E = I \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi = \pi I$$

Un cuerpo negro es una superficie difusa, por tanto

$$E_b = \pi I_b$$

Emisividad direccional

$$\epsilon(\theta, \phi) = \frac{I(\theta, \phi)}{I_b}$$

Si la superficie es **No-difusa**

$$\epsilon = \frac{E}{E_b} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi}{\pi I_b}$$

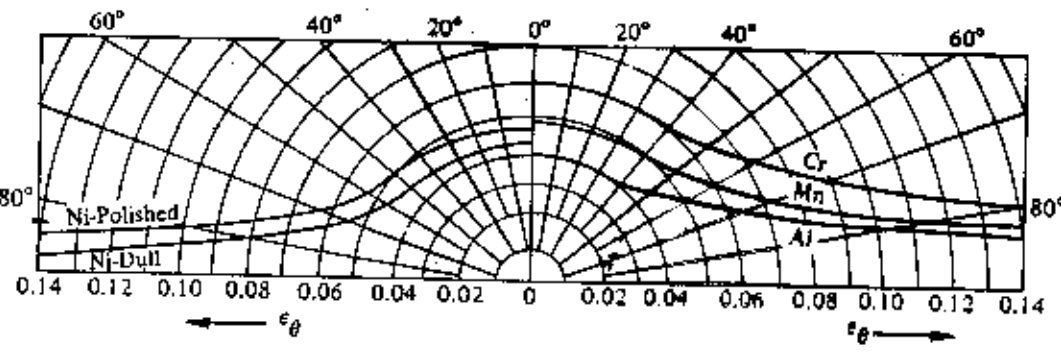
$$\epsilon = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon(\theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$$

Si la emisividad direccional no es función de  $\phi$ :

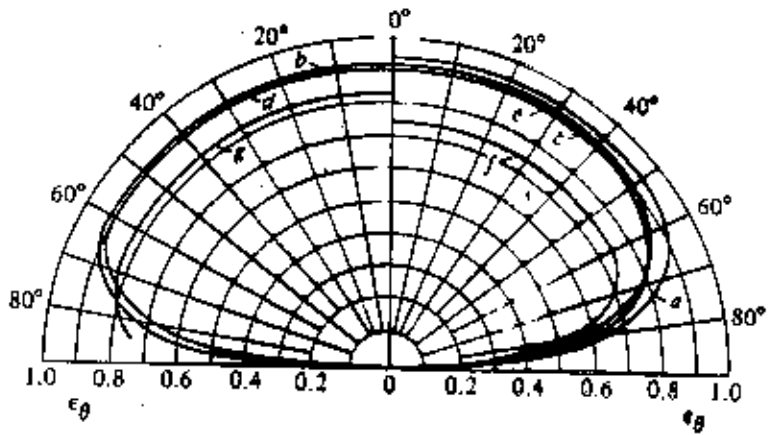
$$\epsilon(\theta, \phi) = \epsilon(\theta)$$

$$\epsilon = 2 \int_0^{\pi/2} \epsilon(\theta) \sin\theta \cos\theta d\theta$$

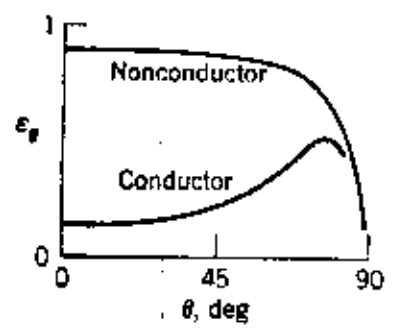




(a)



- a wet ice    b wood    c glass    d paper
- e clay    f copper oxide    g aluminum oxide



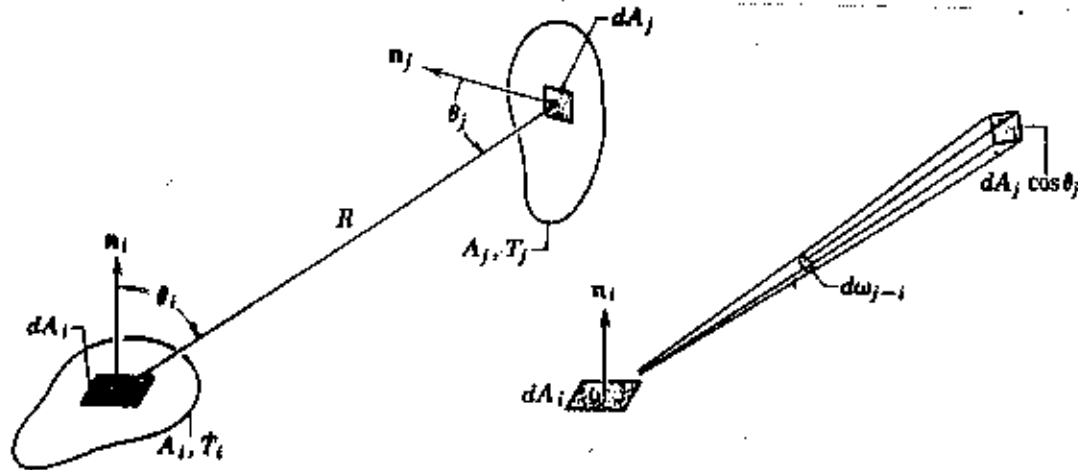
La absorptividad , transmisividad y reflectividad dependen tanto de la distribución de la intensidad que llega como de la que sale de la superficie. Estas propiedades son referidas como propiedades BIDIRECCIONALES. Con respecto a la reflexión existen dos casos límites Reflexión difusa y Reflexión especular



## Factor de Vista F<sub>ij</sub>

El factor de Vista se define como la fracción de energía radiante que deja una superficie i que es interceptada por la superficie j

$d\omega_{j-i}$ : Es el ángulo sólido subtendido por  $dA_j$  cuando es visto desde  $dA_i$



$$d\omega_{j-i} = \frac{dA_j \cos\theta_j}{R^2}$$

$$dq_{i-j} = I_i \cos\theta_i dA_i d\omega_{j-i}$$

$$dq_{i-j} = I_i \cos\theta_i dA_i \frac{dA_j \cos\theta_j}{R^2}$$

Si la Superficie i emite y refleja en forma difusa

$$I_i = \frac{J_i}{\pi}$$

$$dq_{i-j} = \frac{J_i \cos\theta_i dA_i dA_j \cos\theta_j}{\pi R^2}$$

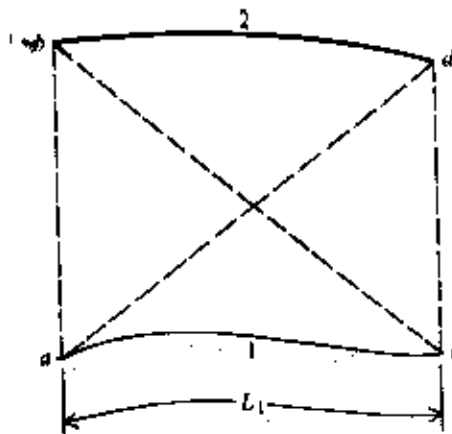
$$q_{i-j} = \int_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j dA_i dA_j}{\pi R^2}$$

En la expresión anterior se ha supuesto que  $J_i$  es uniforme sobre  $A_i$ , y por tanto recordando la definición de Factor de Vista :

$$F_{ij} = \frac{q_{i-j}}{A_i J_i}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j dA_i dA_j}{\pi R^2}$$

### Método de las cuerdas de Hottel

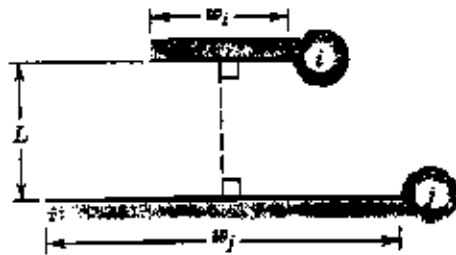


$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2L_1} [(\overline{ad} + \overline{cb}) - (\overline{ab} + \overline{cd})]$$

**Table 13.1 View factors for two-dimensional geometries [4]**

GEOMETRY	RELATION
----------	----------

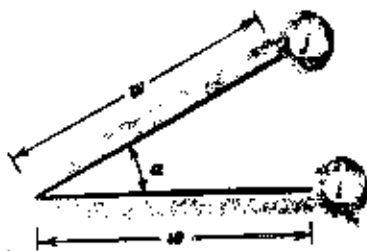
**Parallel Plates with Midlines Connected by Perpendicular**



$$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$$

$$W_i = w_i/L, W_j = w_j/L$$

**Inclined Parallel Plates of Equal Width and a Common Edge**



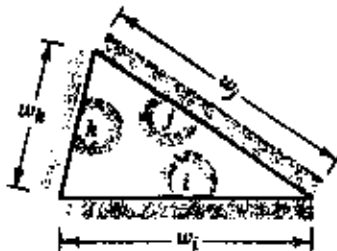
$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

**Perpendicular Plates with a Common Edge**



$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2}$$

**Three-Sided Enclosure**



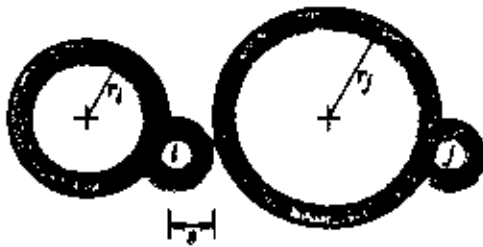
$$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

Table 13.1 Continued

GEOMETRY

RELATION

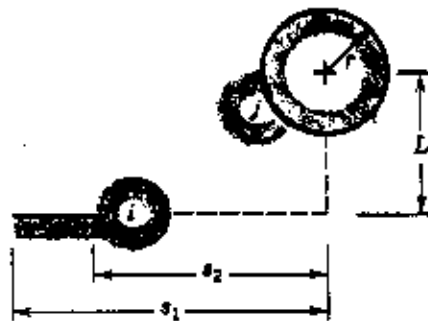
Parallel Cylinders of Different Radius



$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \pi + [C^2 - (R+1)^2]^{1/2} - [C^2 - (R-1)^2]^{1/2} + (R-1) \cos^{-1} \left[ \left( \frac{R}{C} \right) - \left( \frac{1}{C} \right) \right] - (R+1) \cos^{-1} \left[ \left( \frac{R}{C} \right) + \left( \frac{1}{C} \right) \right] \right\}$$

$$R = r_j/r_i, S = s/r_i \\ C = 1 + R + S$$

Cylinder and Parallel Rectangle



$$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2} \left[ \tan^{-1} \frac{s_1}{L} - \tan^{-1} \frac{s_2}{L} \right]$$

Infinite Plane and Row of Cylinders



$$F_{ij} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \left( \frac{D}{s} \right) \tan^{-1} \left( \frac{s^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2}$$

**Table 13.2 View factors for three-dimensional geometries [4]**

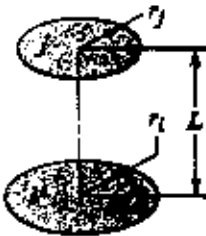
GEOMETRY	RELATION
----------	----------

Aligned Parallel Rectangles  
(Figure 13.4)



$$F_{ij} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[ \frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right\}$$

Coaxial Parallel Disks  
(Figure 13.5)



$$R_i = r_i/L, R_j = r_j/L$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[ S^2 - 4(R_j/r_i)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

Perpendicular Rectangles with a Common Edge  
(Figure 13.6)



$$H = Z/X, W = Y/X$$

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W} \left( W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[ \frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \times \left[ \frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$$

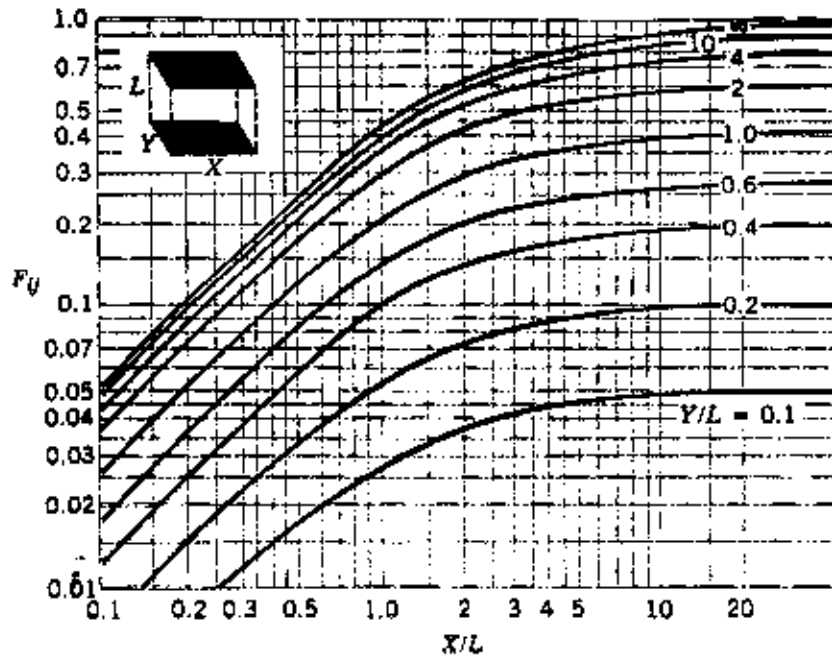


Figure 13.4 View factor for aligned parallel rectangles.

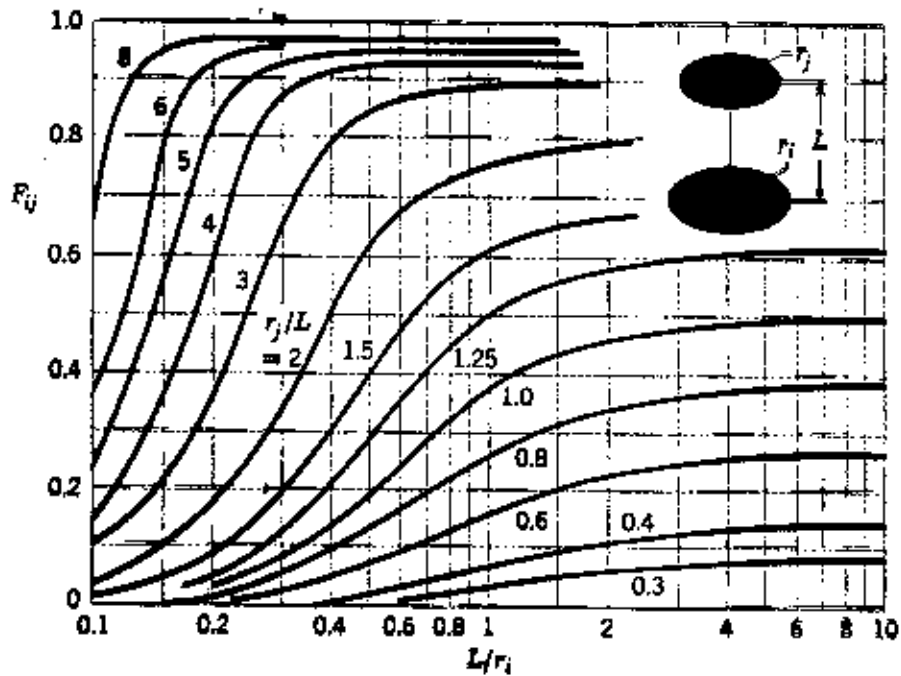


Figure 13.5 View factor for coaxial parallel disks.

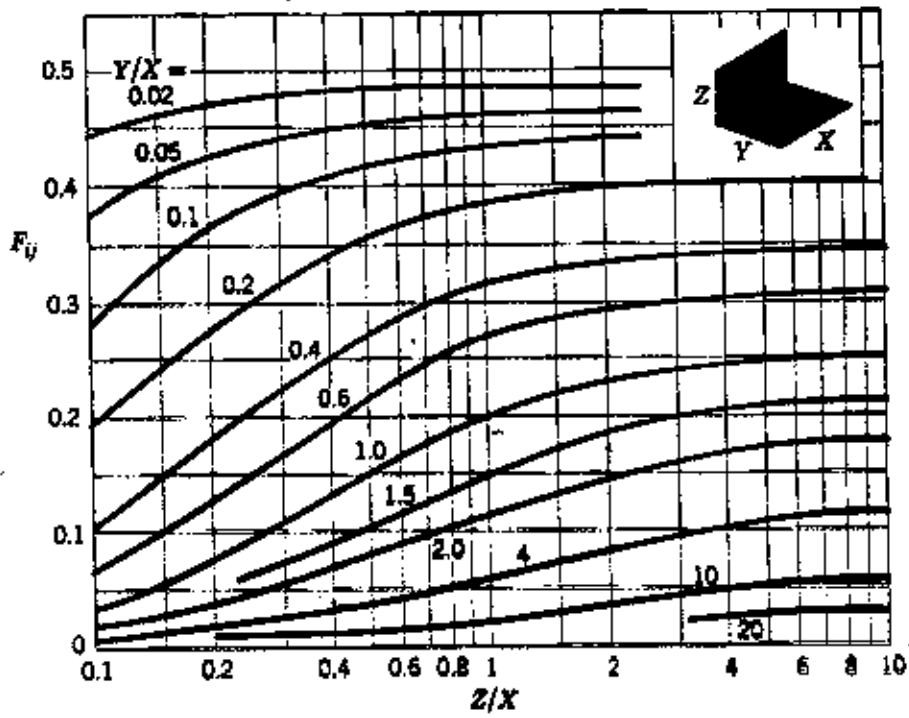


Figure 13.6 View factor for perpendicular rectangles with a common edge.

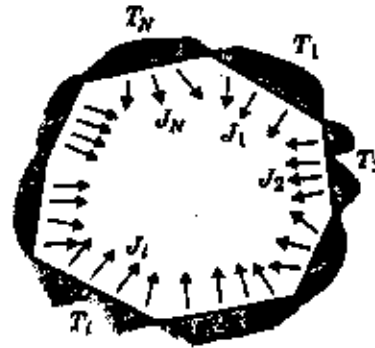


## Algebra de Factores de Vista

Relación de Reciprocidad

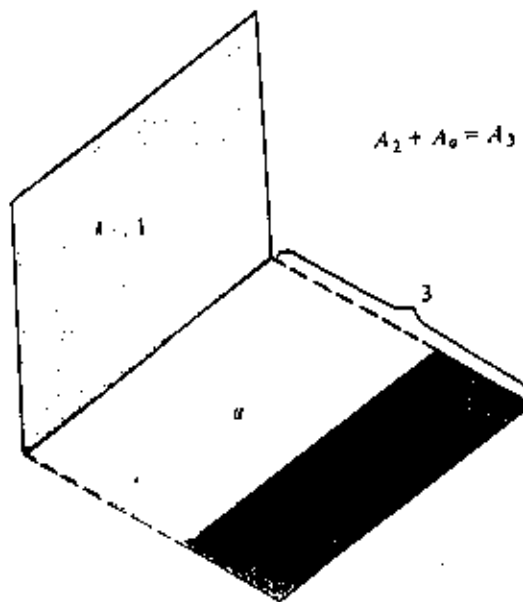
$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Cavidad



$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

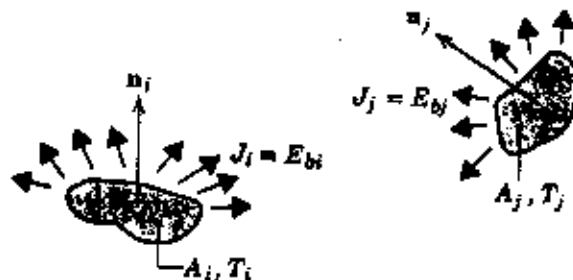
Aditividad



$$A_2 + A_3 = A_1$$

$$F_{1-3} = F_{1-2} + F_{1-3}$$

## Intercambio de calor por radiación entre Superficies Negras



$$q_{i \rightarrow j} = A_i Eb_i F_{ij}$$

$$q_{j \rightarrow i} = A_j Eb_j F_{ji}$$

$q_{ij}$ : Intercambio neto de Radiación

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} = A_i Eb_i F_{ij} - A_j Eb_j F_{ji}$$

usando reciprocidad  $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$

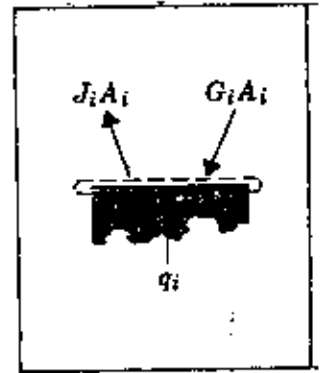
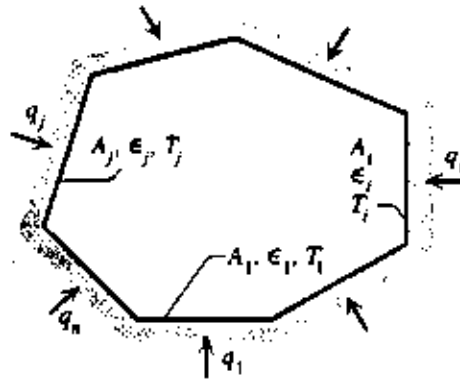
$$q_{ij} = A_i F_{ij} (Eb_i - Eb_j)$$

Analogía eléctrica

$$q_{ij} = \frac{Eb_i - Eb_j}{\frac{1}{A_i F_{ij}}}$$

$\frac{1}{A_i F_{ij}}$ : Resistencia Geométrica

**Cavidad conformada por N superficies negras**



$q_i$ : Calor neto perdido por radiación (el calor que hay que añadir para mantener la superficie a  $T_i$ )

$$q_i = (J_i - G_i)A_i$$

Para una superficie negra  $J_i = Eb_i$

$$G_i A_i = \sum_{j=1}^N F_{ji} A_j Eb_j = \sum_{j=1}^N F_{ji} A_i Eb_j = A_i \sum_{j=1}^N F_{ji} Eb_j$$

$$q_i = Eb_i A_i - A_i \sum_{j=1}^N F_{ji} Eb_j$$

Recordando que  $\sum_{j=1}^N F_{ji} = 1$ , la ecuación anterior la podemos

reescribir:

$$q_i = Eb_i A_i \left( \sum_{j=1}^N F_{ji} \right) - A_i \sum_{j=1}^N F_{ji} Eb_j$$

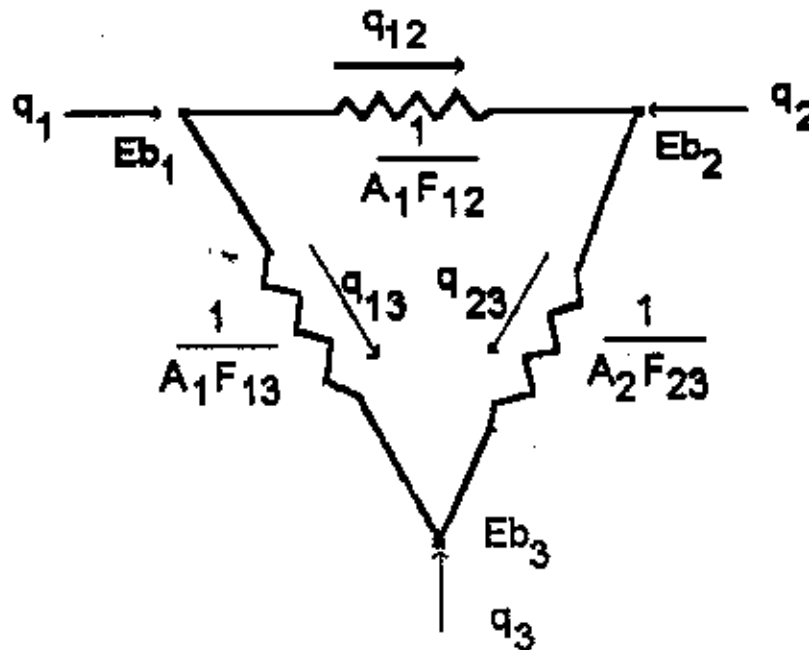
$$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ji} (Eb_i - Eb_j) = \sum_{j=1}^N A_i F_{ji} (Eb_i - Eb_j)$$

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{(Eb_i - Eb_j)}{\frac{1}{A_i F_{ji}}}$$

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{(Eb_i - Eb_j)}{\frac{1}{A_i F_{ij}}} = \sum_{j=1}^N q_{ij}$$

La expresión anterior es la base de sustentación de la analogía eléctrica para radiación desarrollada por Oppenheim(1956)

A continuación se ilustra la aplicación de la analogía eléctrica para una cavidad conformada por tres superficies.



## Intercambio de calor por radiación entre Superficies Grises

Suposiciones:

- Las superficies emiten y reflejan en forma difusa
- Las superficies son grises ( $\alpha = \varepsilon$ )
- Las superficies son opacas ( $\tau = 0$ )

$$q_i = (J_i - G_i)A_i$$

$$J_i = \varepsilon_i E_{b_i} + \rho_i G_i$$

despejando  $G_i$  en la ecuación anterior se tiene

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{b_i}}{\rho_i}$$

y sustituyendo en la expresión del calor  $q$

$$q_i = \left( J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{b_i}}{\rho_i} \right) A_i = \frac{(\rho_i - 1)J_i + \varepsilon_i E_{b_i}}{\rho_i}$$

dado que  $\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$ , se tiene que:

$$\rho_i - 1 = -\varepsilon_i$$

por tanto la expresión de calor nos queda en definitiva:

$$q_i = \frac{\varepsilon_i (E_{b_i} - J_i) A_i}{\rho_i}$$

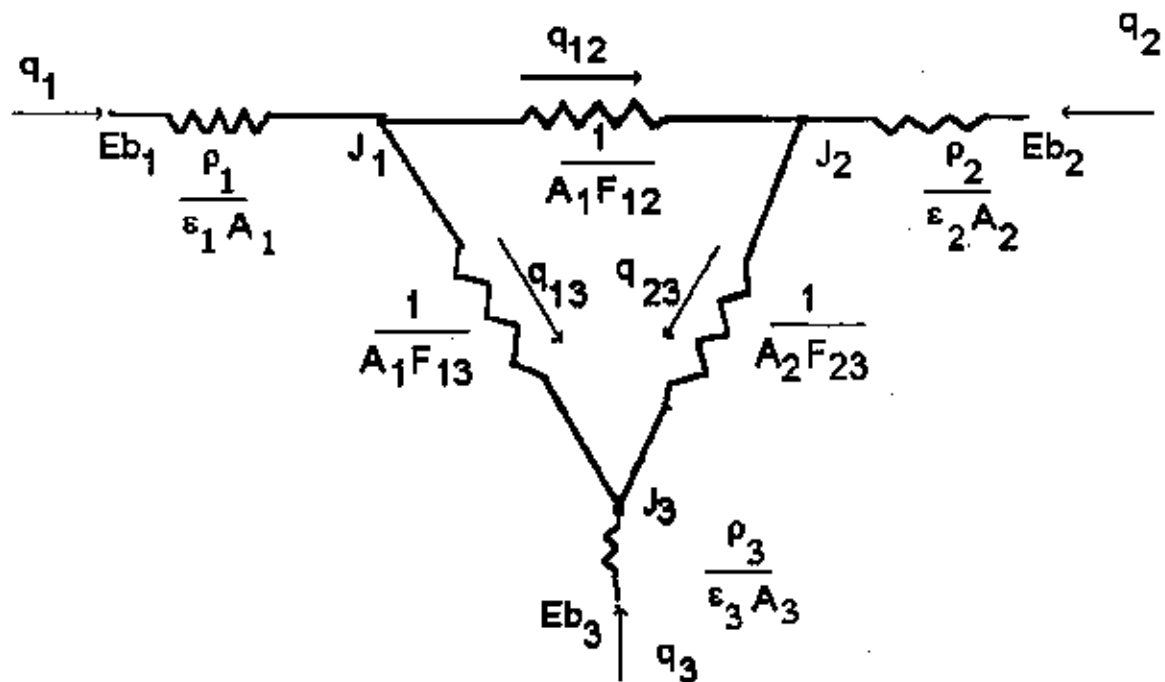
que en terminos de la analogia electrica:

$$q_i = \frac{(Eb_i - J_i)}{\frac{\rho_i}{\epsilon_i A_i}}$$

donde al termino  $\frac{\rho_i}{\epsilon_i A_i}$  se le denomina resistencia de superficie.

La aplicación de la analogia electrica a superficies grises es similar al caso de superficies negras con la peculiaridad que debe incluirse la resistencia de superficie.

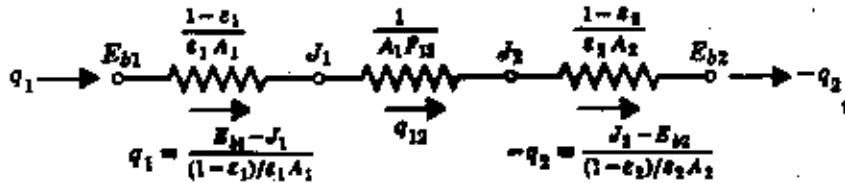
A continuación se ilustra la analogia electrica para una cavidad conformada por tres superficies grises



**Superficie Reradiante o Refractaria:**

Se dice que una superficie es reradiante o refractaria cuando :

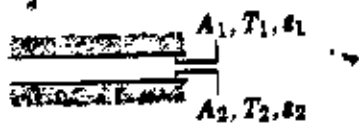
$$q_i = 0, \text{ es decir cuando } J_i = G_i$$



$$q_{12} = q_1 = -q_2 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}}$$

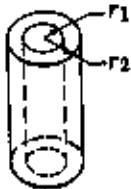
**Table 13.3 Special diffuse, gray, two-surface enclosures**

**Large (Infinite) Parallel Planes**



$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = A \\ F_{12} &= 1 \\ q_{12} &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \end{aligned} \quad (13.24)$$

**Long (Infinite) Concentric Cylinders**



$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &= \frac{r_1}{r_2} \\ F_{12} &= 1 \\ q_{12} &= \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \end{aligned} \quad (13.25)$$

**Concentric Spheres**



$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &= \frac{r_1^2}{r_2^2} \\ F_{12} &= 1 \\ q_{12} &= \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \end{aligned} \quad (13.26)$$

**Small Convex Object in a Large Cavity**



$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &\approx 0 \\ F_{12} &= 1 \\ q_{12} &= \sigma A_1 \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \end{aligned} \quad (13.27)$$